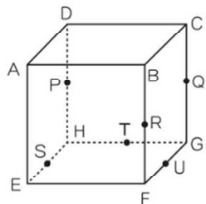


基本問題

1 次の立方体で、点P, Q, R, S, T, Uはそれぞれ辺DH, CG, BF, EH, HG, FGの真ん中の点です。この立方体を、次の3点を通る平面で切るとき、切り口はどのような図形になりますか。

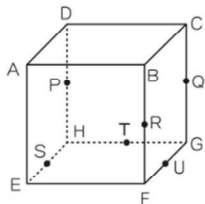
例題1

□(1) 3点D, E, Tを通る平面で切るとき。



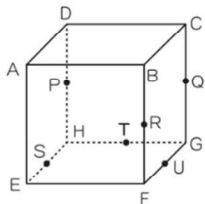
(二等辺三角形)

□(2) 3点C, D, Uを通る平面で切るとき。



(長方形)

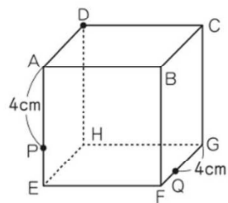
□(3) 3点A, C, Uを通る平面で切るとき。



(等脚)台形

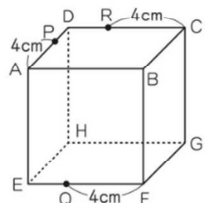
2 次の図は、1辺の長さが6cmの立方体です。この立方体を、次の3点を通る平面で切るとき、切り口はどのような図形になりますか。例題1, 2

□(1) 3点D, P, Qを通る平面で切るとき。



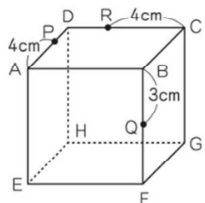
(五角形)

□(2) 3点P, Q, Rを通る平面で切るとき。



(六角形)

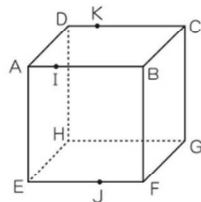
□(3) 3点P, Q, Rを通る平面で切るとき。



()

3 1辺の長さが8cmの立方体ABCD-EFGHがあります。図のように、辺AB上でAI=2cmとなる点をIとし、辺EF上でFJ=3cmとなる点をJとします。また、ADとIKが平行になるような辺CD上の点Kとします。この立方体を3点I, J, Kを通る平面で切ったときにできる2つの立体のうち、大きい方の立体の体積は何cm³ですか。

例題3



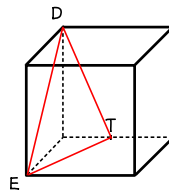
() cm³

＜立方体の切り口の図形＞

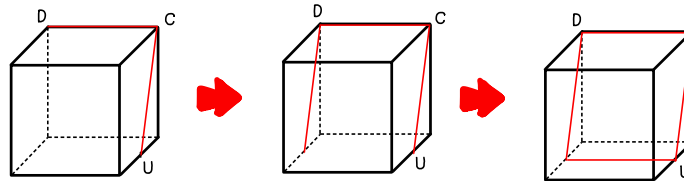
- ① 同じ面上の2点は結ぶ。
- ② 向かい合う面にできる2辺は平行。
- ③ 面を伸ばしてもよい。

1

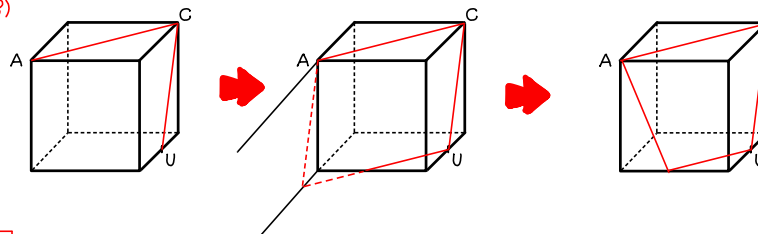
(1)



(2)

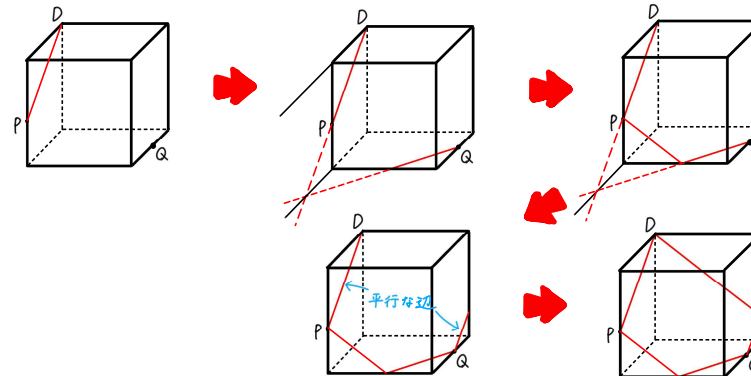


(3)

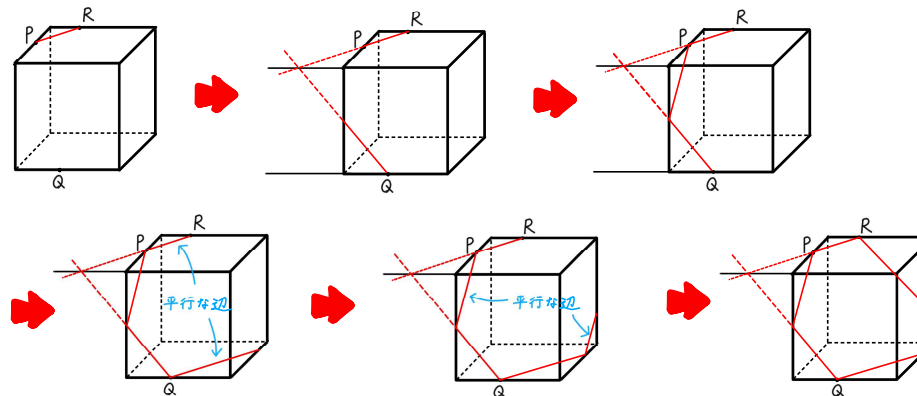


2

(1)



(2)

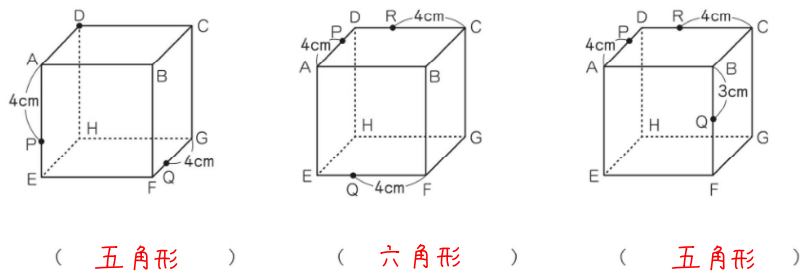


＜立方体の切り口の図形＞

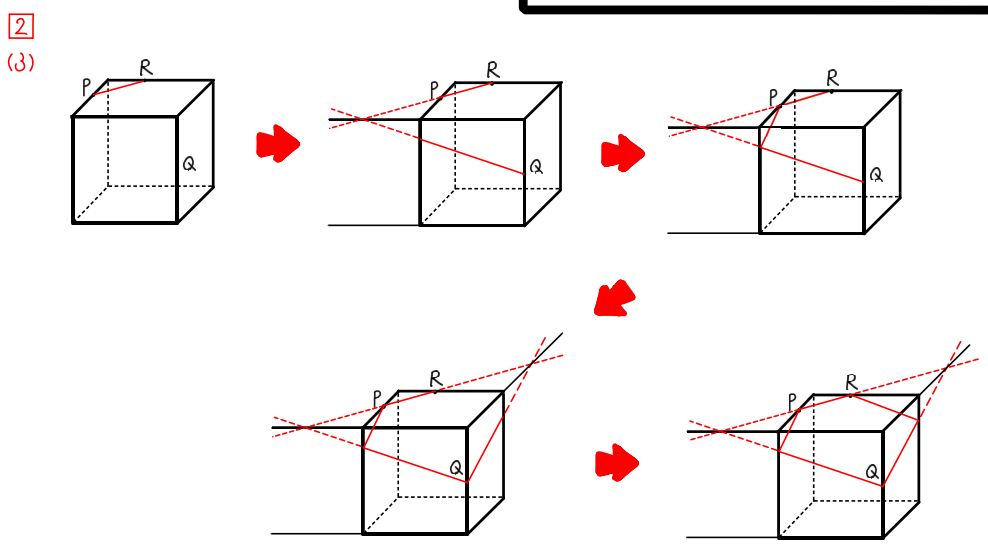
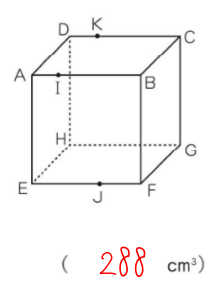
- ① 同じ面上の2点は結ぶ。
- ② 向かい合う面にできる2辺は平行。
- ③ 面を伸ばしてもよい。

2 次の図は、1辺の長さが6cmの立方体です。この立方体を、次の3点を通る平面で切るとき、切り口はどのような図形になりますか。 ●例題 1, 2

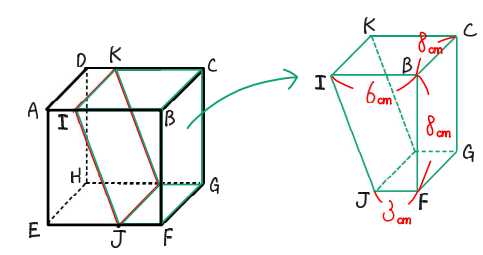
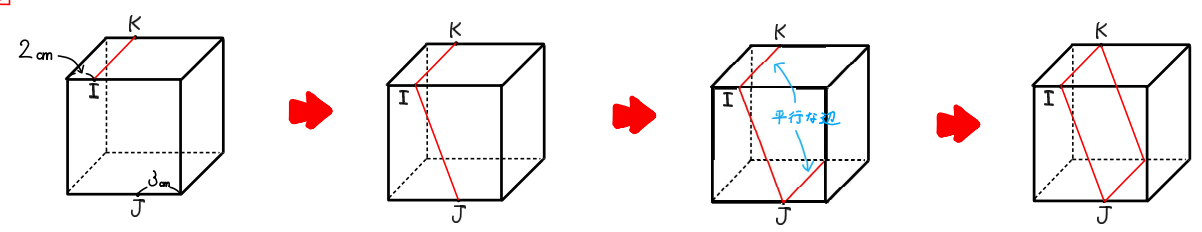
- (1) 3点D, P, Qを通る平面で切るとき。 □(2) 3点P, Q, Rを通る平面で切るとき。 □(3) 3点P, Q, Rを通る平面で切るとき。



□3 1辺の長さが8cmの立方体ABCD-EFGHがあります。図のように、辺AB上でAI=2cmとなる点をIとし、辺EF上でFJ=3cmとなる点をJとします。また、ADとIKが平行になるような辺CD上の点をKとします。この立方体を3点I, J, Kを通る平面で切ったときにできる2つの立体のうち、大きい方の立体の体積は何cm³ですか。



③



$$(3\text{cm} + 6\text{cm}) \times 8\text{cm} \div 2 \times 8\text{cm} = 288\text{cm}^2$$

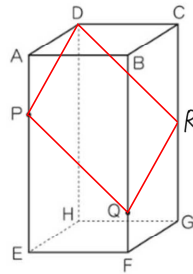
4 右の図は、縦5cm、横5cm、高さ10cmの直方体で、AP=3cm、BQ=8cmです。この直方体を3点D、P、Qを通る平面で2つに切り分けました。これについて、次の問いに答えなさい。 例題3

□(1) 切り口は、辺CG上のCから何cmのところにありますか。

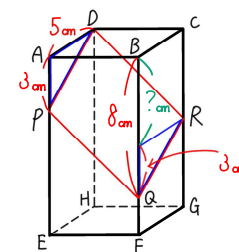
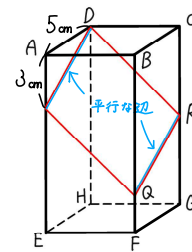
(5 cm)

□(2) 頂点Aをふくむ立体の体積は何cm³ですか。

(100 cm³)

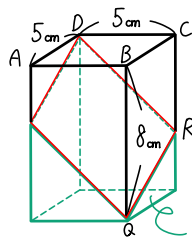


4
(1)



$$\begin{aligned} ?_{\text{cm}} &= 8_{\text{cm}} - 3_{\text{cm}} \\ &= 5_{\text{cm}} \end{aligned}$$

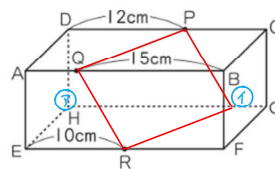
(2)



$$\div 2 \rightarrow 5_{\text{cm}} \times 5_{\text{cm}} \times 8_{\text{cm}} \div 2 = 100_{\text{cm}^3}$$

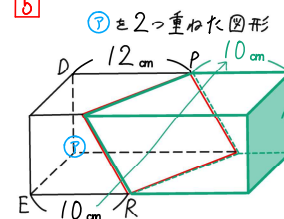
合同な図形

5 AD=12cm、CD=20cm、CG=8cmの直方体ABCD-EFGHがあります。右の図のように、3点P、Q、Rを通る平面でこの直方体を2つの部分に分け、頂点Aをふくむ部分を「立体⑦」、頂点Bをふくむ部分を「立体④」とします。「立体⑦」と「立体④」の体積の比を求めなさい。 例題3

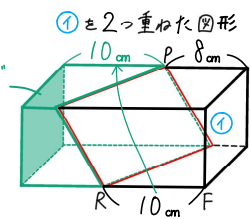


(11 : 9)

5



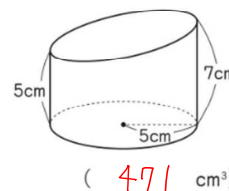
底面積が等しいので
高さの比が
体積の比になる



⑦ : ④

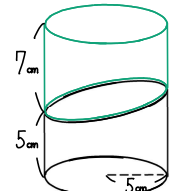
$$\begin{aligned} &= (12_{\text{cm}} + 10_{\text{cm}}) \div 2 : (8_{\text{cm}} + 10_{\text{cm}}) \div 2 \\ &= 11 : 9 \end{aligned}$$

6 底面の半径が5cmの円柱を平面で切って、右の図のような立体を作りました。この立体の体積は何cm³ですか。ただし、円周率は3.14とします。 例題3



(471 cm³)

6

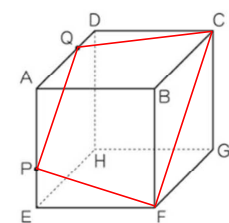


$\div 2$

$$\begin{aligned} &5_{\text{cm}} \times 5_{\text{cm}} \times 3.14 \times (5_{\text{cm}} + 7_{\text{cm}}) \div 2 \\ &= 150 \times 3.14 \\ &= 471_{\text{cm}^3} \end{aligned}$$

7 右の図は、1辺が6cmの立方体です。点P、点Qはそれぞれ辺AE、AD上の点で、AP=AQ=4cmです。この立方体を、3点P、Q、Cを通る平面で2つに切り分けました。これについて、次の問いに答えなさい。 例題4

□(1) 切り口はどのような図形になりますか。



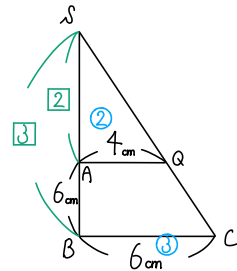
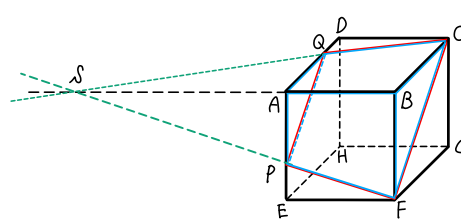
((等腰)台形)

□(2) 頂点Aをふくむ立体の体積は何cm³ですか。

(76 cm³)

203

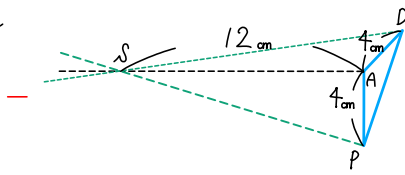
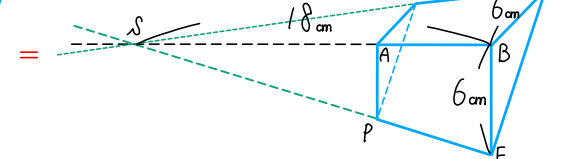
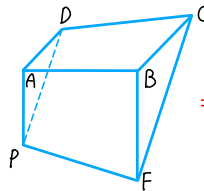
7
(2)



⑦ = 6cm
② = 12cm
③ = 18cm

辺SA

辺SB



$$\begin{aligned} &= 6_{\text{cm}} \times 6_{\text{cm}} \div 2 \times 18_{\text{cm}} \times \frac{1}{3} - 4_{\text{cm}} \times 4_{\text{cm}} \div 2 \times 12_{\text{cm}} \times \frac{1}{3} \\ &= 76_{\text{cm}^3} \end{aligned}$$

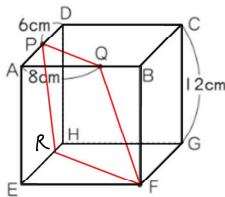
第18回 立体の切断

8 右の図は、1辺の長さが12cmの立方体で、点P、Qはそれぞれ辺AD、AB上の点です。この立方体を3点F、P、Qを通る平面で2つに切り分けました。これについて、次の問いに答えなさい。例題4

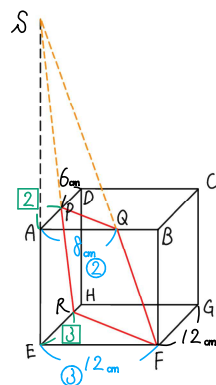
□(1) 切り口は辺EHを通ります。切り口の線とEHとの交点をRとするとき、ER:RHを求めなさい。

(3 : 1)

□(2) 頂点Aをふくむ立体の体積は何 cm^3 ですか。



8
(1)



$$AQ:EF = 2:3 \text{ なので}$$

$$AP:ER = 2:3 \text{ になる}$$

$$AP = 12\text{cm} - 6\text{cm} = 6\text{cm}$$

$$2 = 6\text{cm}$$

$$3 = 9\text{cm} \text{ 辺ER}$$

$$RH = EH - ER = 12\text{cm} - 9\text{cm} = 3\text{cm}$$

$$ER:RH = 9\text{cm}:3\text{cm} = 3:1$$

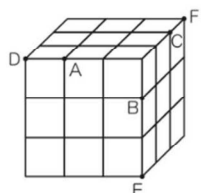
9 右の図は、小さい立方体の積み木を27個積み重ねてできた大きい立方体です。この大きい立方体を、3点を通る平面で2つに切り分けます。これについて、次の問いに答えなさい。例題5

□(1) 3点A、B、Cを通る平面で切断したとき、切られる小さい立方体の個数は何個ですか。

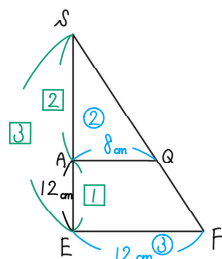
(3 個)

□(2) 3点D、E、Fを通る平面で切断したとき、切られる小さい立方体の個数は何個ですか。

(456 cm^3)



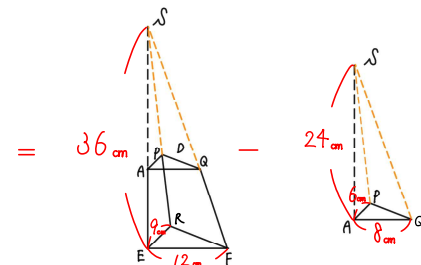
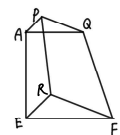
(2)



$$1 = 12\text{cm}$$

$$2 = 24\text{cm} \text{ 辺SA}$$

$$3 = 36\text{cm} \text{ 辺SE}$$



$$= 12\text{cm} \times 9\text{cm} - 2 \times 36\text{cm} \times \frac{1}{3} - 8\text{cm} \times 6\text{cm} \div 2 \times 24\text{cm} \times \frac{1}{3} = 456\text{cm}^3$$

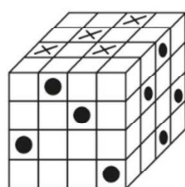
10 右の図のように、64個の小さい立方体を積み重ねて大きい立方体を作り、その大きい立方体に、反対の面までくりぬいて穴を開けます。これについて、次の問いに答えなさい。例題5

□(1) 右の図の黒丸の位置から穴を開けたとき、1つも穴が開いていない小さい立方体の数は何個ですか。

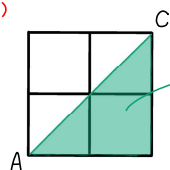
(個)

□(2) (1)の状態からさらに、×の位置からも穴を開けたとき、1つも穴が開いていない小さい立方体の数は何個ですか。

(個)

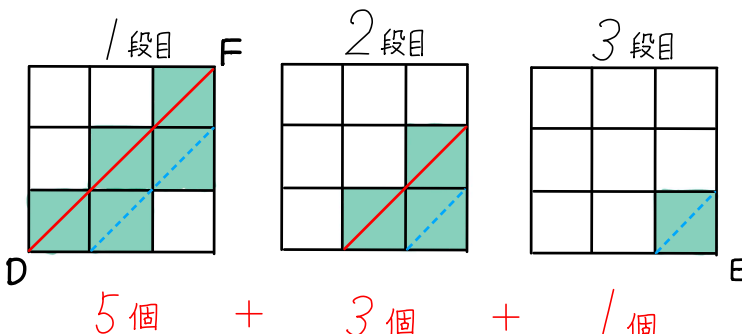
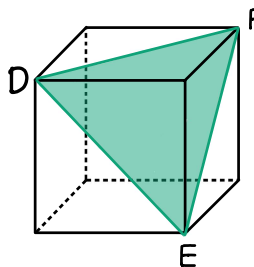


9
(1)



切られる部分
3個

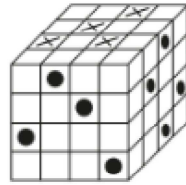
(2)



$$= 9 \text{ 個}$$

10 右の図のように、64個の小さい立方体を積み重ねて大きい立方体を作り、その大きい立方体に、反対の面までくりぬいて穴を開けます。これについて、次の問いに答えなさい。 ◎例題 5

□(1) 右の図の黒丸の位置から穴を開けたとき、1つも穴が開いていない小さい立方体の数は何個ですか。



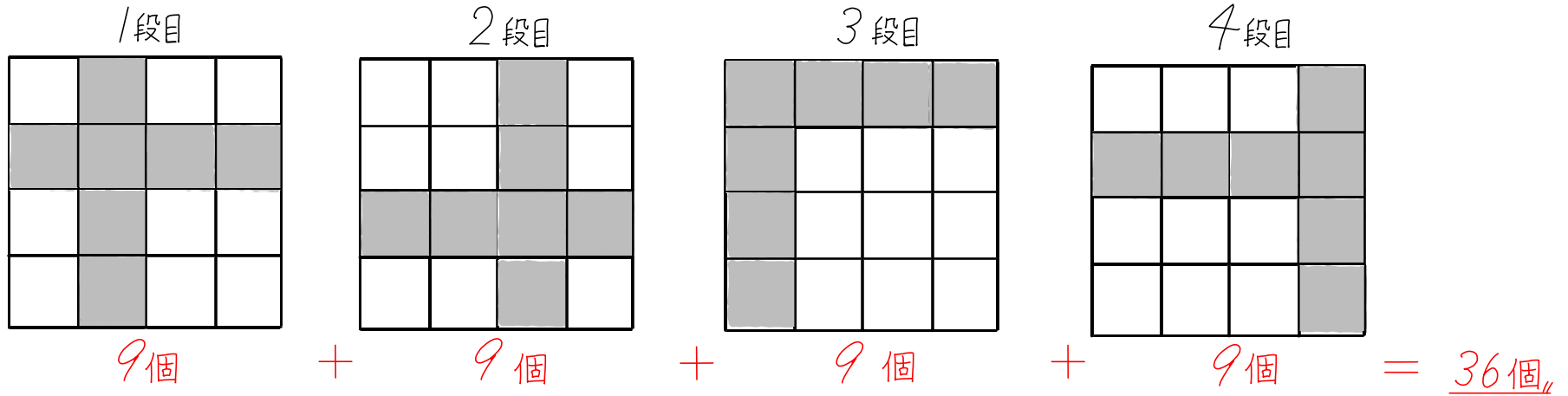
(36 個)

□(2) (1)の状態からさらに、×の位置からも穴を開けたとき、1つも穴が開いていない小さい立方体の数は何個ですか。

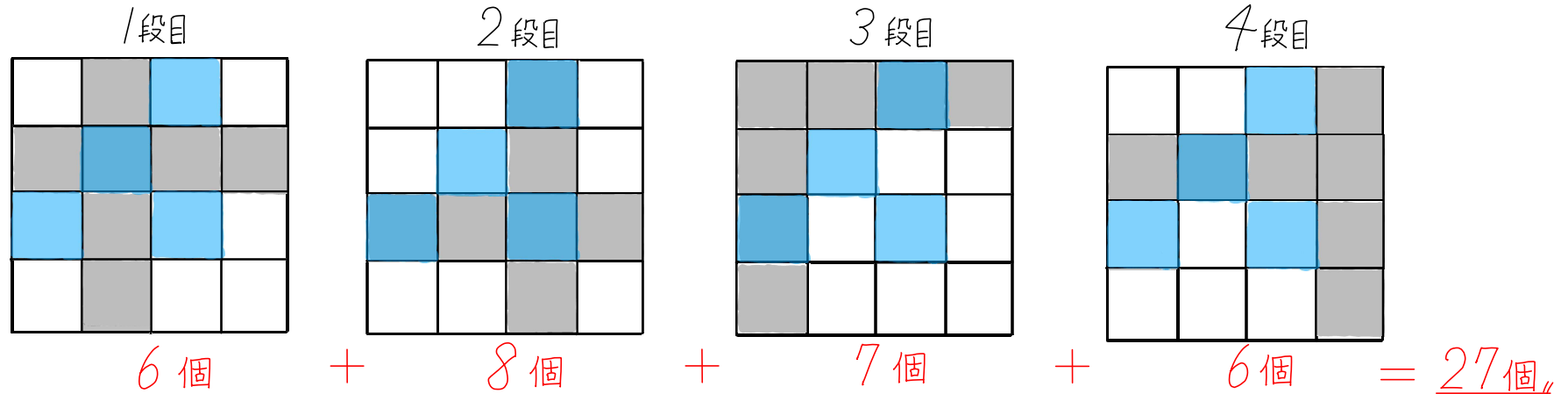
(27 個)

10

(1)



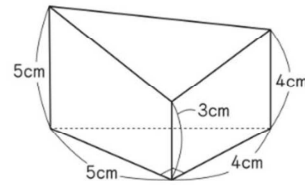
(2)



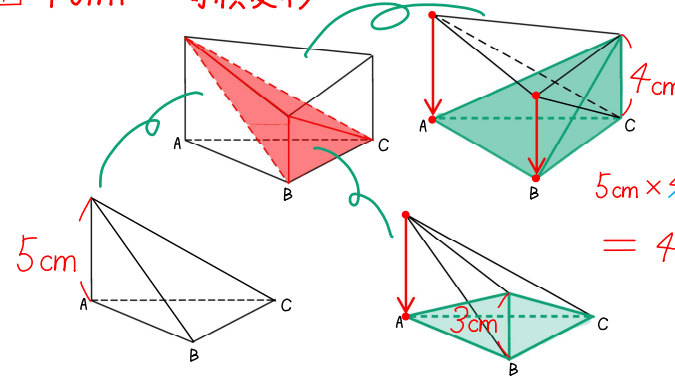
練習問題

- 1 底面が直角三角形の三角柱を平面で切って、右の図のような立体を作りました。この立体の体積は何cm³ですか。

40 cm³

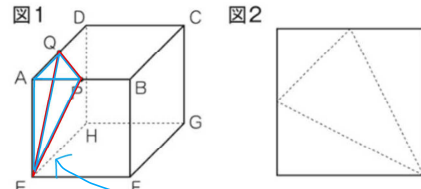


□ Point → 等積変形



$$5\text{cm} \times 4\text{cm} \times \frac{1}{2} \times (5\text{cm} + 4\text{cm} + 3\text{cm}) \times \frac{1}{3} = 40\text{cm}^3$$

- 図1は、1辺が12cmの立方体で、点P、Qはそれぞれ辺AB、ADの真ん中の点です。この立方体を、3点E、P、Qを通る平面で切りました。このとき、頂点Aをふくむ方の立体の展開図は、図2のような正方形になりました。これについて、次の問いに答えなさい。

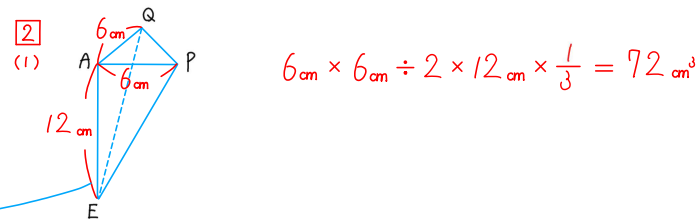


- (1) 頂点Aをふくむ方の立体の体積は何cm³ですか。

72 cm³

- (2) 切り口の面積は何cm²ですか。

54 cm²



$$6\text{cm} \times 6\text{cm} \div 2 \times 12\text{cm} \times \frac{1}{3} = 72\text{cm}^3$$

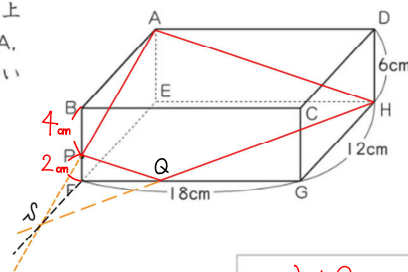
$$?\text{cm}^2 = 12\text{cm} \times 12\text{cm} - (\text{㊦} + \text{㊩} + \text{㊨})$$

$$= 144\text{cm}^2 - (6\text{cm} \times 6\text{cm} \div 2 + 6\text{cm} \times 12\text{cm} \div 2 + 6\text{cm} \times 12\text{cm} \div 2)$$

$$= 54\text{cm}^2$$

- 右の図のような直方体があります。点Pは辺BF上の点で、BP:PF=2:1です。この直方体を、3点A、H、Pを通る平面で2つに切り分けました。これについて、次の問いに答えなさい。

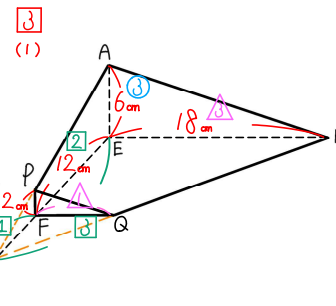
- (1) 頂点Eをふくむ立体の体積は何cm³ですか。



312 cm³

- (2) 切り分けた2つの立体の表面積の差は何cm²ですか。

205



$$AE:PF = 6\text{cm}:2\text{cm} \text{なので}$$

$$= \text{㊢}:\text{㊠}$$

$$SE:SF = \text{㊢}:\text{㊠} \text{になる}$$

$$\text{㊢} = 12\text{cm}$$

$$\text{㊠} = 6\text{cm}$$

$$\text{㊢} = 18\text{cm}$$

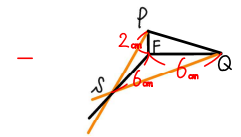
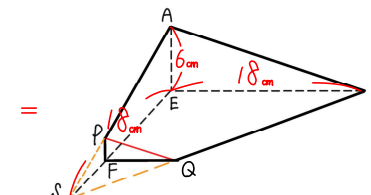
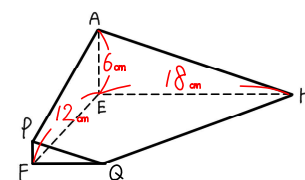
$$\text{㊠} = 6\text{cm}$$

$$EH:FQ = \text{㊢}:\text{㊠} \text{になる}$$

$$\text{㊢} = 18\text{cm}$$

$$\text{㊠} = 6\text{cm}$$

$$\text{㊠} = 6\text{cm}$$

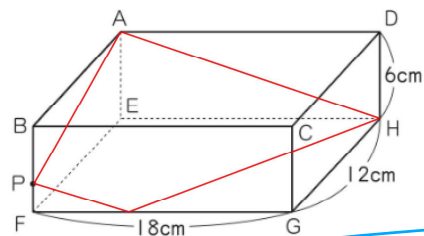


$$= 18\text{cm} \times 6\text{cm} \div 2 \times 18\text{cm} \times \frac{1}{3} - 2\text{cm} \times 6\text{cm} - 2 \times 6\text{cm} \times \frac{1}{3}$$

$$= 312\text{cm}^3$$

- ㉓ 右の図のような直方体があります。点Pは辺BF上の点で、 $BP:PF=2:1$ です。この直方体を、3点A、H、Pを通る平面で2つに切り分けました。これについて、次の問いに答えなさい。

□(1) 頂点Eをふくむ立体の体積は何 cm^3 ですか。



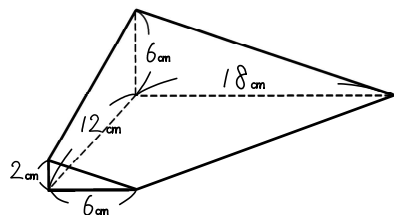
312 cm^3

□(2) 切り分けた2つの立体の表面積の差は何 cm^2 ですか。

288 cm^2

205

㉔
(2)

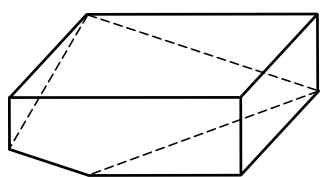


左の図の切り口以外の表面積は

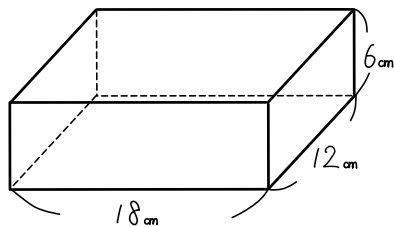
$$= 18_{\text{cm}} \times 6_{\text{cm}} \div 2 + (2_{\text{cm}} + 6_{\text{cm}}) \times 12_{\text{cm}} \div 2 + 2_{\text{cm}} \times 6_{\text{cm}} \div 2 + (18_{\text{cm}} + 6_{\text{cm}}) \times 12_{\text{cm}} \div 2$$

$$= 252_{\text{cm}^2}$$

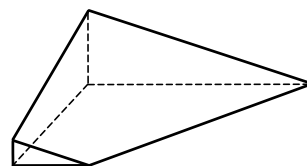
左の図の切り口以外の表面積は



=



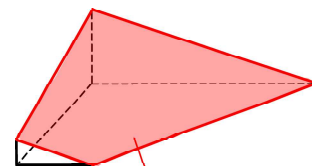
-



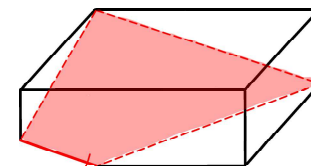
$$= (18_{\text{cm}} \times 6_{\text{cm}} + 12_{\text{cm}} \times 6_{\text{cm}} + 18_{\text{cm}} \times 12_{\text{cm}}) \times 2 -$$

$$252_{\text{cm}^2}$$

$$= 540_{\text{cm}^2}$$



と



に分かれる

切り口の表面積は
同じだから比べなくてよい

2つの図形の表面積の差は

$$540_{\text{cm}^2} - 252_{\text{cm}^2} = 288_{\text{cm}^2}$$

第18回 立体の切断

4 右の図は、1辺の長さが6cmの立方体で、点P、Qはそれぞれ、辺EF、FGの真ん中の点です。この立方体を3点D、P、Qを通る平面で2つに切り分けました。これについて、次の問いに答えなさい。

□(1) PQと辺EHを延長した直線の交点をRとすると、ERの長さは何cmですか。

3 cm

□(2) 頂点Hをふくむ立体の体積は何 cm^3 ですか。

75 cm^3

5 右の図のように、縦8cm、横10cm、高さ5cmの直方体の一部を切り落としてできた立体があります。この立体の体積は何 cm^3 ですか。

190 cm^3

6 1辺の長さが6cmの立方体4個でできた図1のような直方体があります。これについて、次の問いに答えなさい。

□(1) この立体を、図1の3点A、B、Cを通る平面で2つの部分に切り分けたとき、点Pをふくむ部分の体積は何 cm^3 ですか。

cm^3

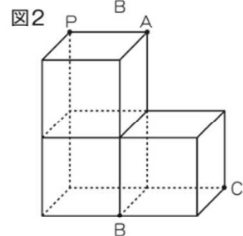
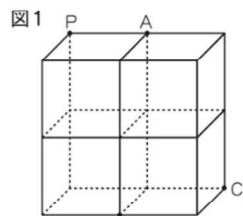
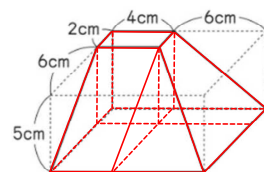
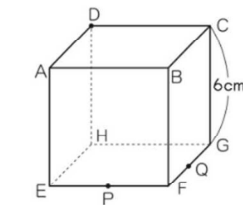
(2) 図1の直方体から立方体を1個取り除き、図2のような立体を作りました。この立体を、図2の3点A、B、Cを通る平面で2つの部分に切り分けました。

□① 点Pをふくむ部分の体積は何 cm^3 ですか。

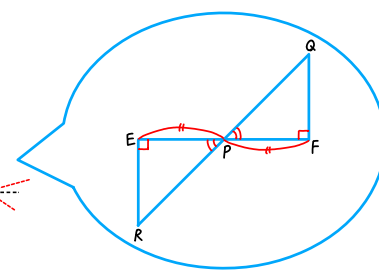
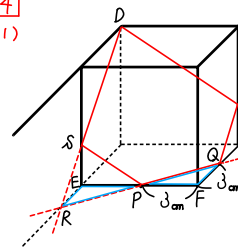
cm^3

□② 切断してできた切り口の面積は何 cm^2 ですか。

cm^2

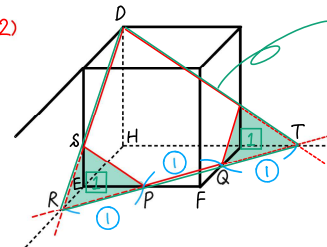


4
(1)

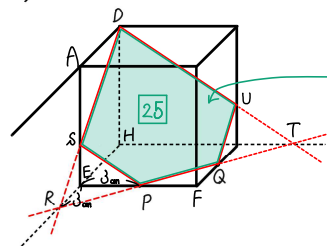


$\triangle FQP \triangleq \triangle ERP$ は合同
 $\rightarrow FQ = ER = 3\text{cm}$

(2)



三角錐RSEPと三角錐RDHTは
 相似比 ① : ③
 体積比 $(① \times ① \times ①) : (③ \times ③ \times ③)$
 $= ① : ②⑦$

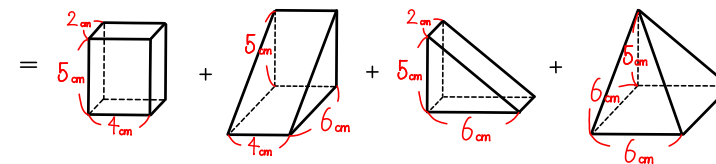
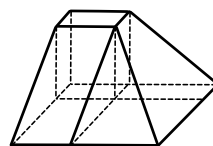


$②⑦ - ① \times 2 = ②⑤$
 $DA : RE = 6\text{cm} : 3\text{cm} = 2 : 1$ なので
 $AS : SE = 2 : 1$
 $\downarrow$
 $SE = 6\text{cm} \div 3 = 2\text{cm}$

$$① = 3\text{cm} \times 3\text{cm} \times \frac{1}{2} \times 2\text{cm} \times \frac{1}{3} = 3\text{cm}^3$$

$$②⑤ = 75\text{cm}^3$$

5



$$= 2\text{cm} \times 4\text{cm} \times 5\text{cm} + 6\text{cm} \times 5\text{cm} \times \frac{1}{2} \times 4\text{cm} + 6\text{cm} \times 5\text{cm} \times \frac{1}{2} \times 2\text{cm} + 6\text{cm} \times 6\text{cm} \times 5\text{cm} \times \frac{1}{3}$$

$$= 190\text{cm}^2$$

⑤ 1辺の長さが6cmの立方体4個でできた図1のような直方体があります。これについて、次の問いに答えなさい。

□(1) この立体を、図1の3点A、B、Cを通る平面で2つの部分に切り分けたとき、点Pをふくむ部分の体積は何 cm^3 ですか。

432 cm^3

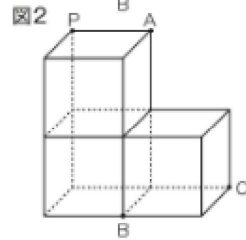
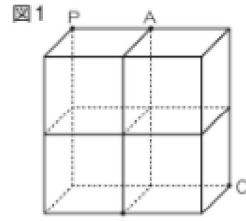
(2) 図1の直方体から立方体を1個取り除き、図2のような立体を作りました。この立体を、図2の3点A、B、Cを通る平面で2つの部分に切り分けました。

□① 点Pをふくむ部分の体積は何 cm^3 ですか。

423 cm^3

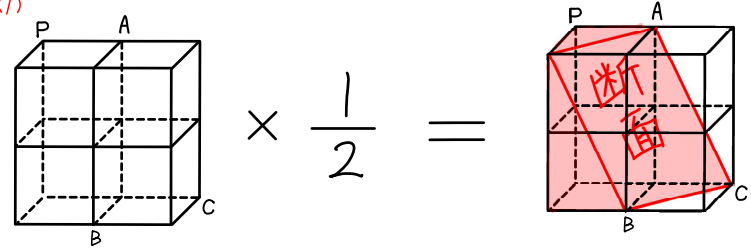
□② 切断してできた切り口の面積は何 cm^2 ですか。

94.5 cm^2



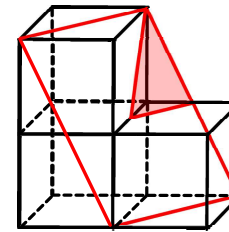
6

(1)



$$12\text{cm} \times 6\text{cm} \times 12\text{cm} \times \frac{1}{2} = 432\text{cm}^3$$

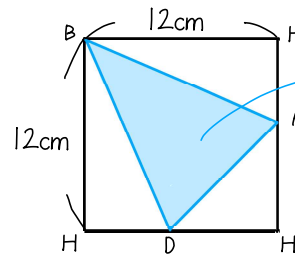
(2) ①



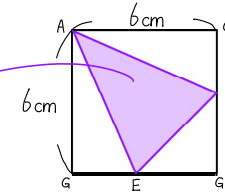
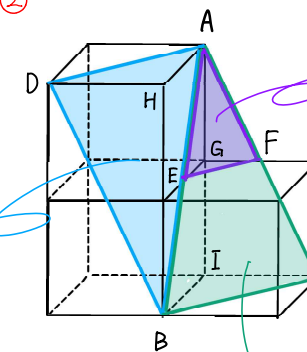
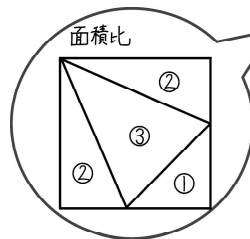
(1) から を引いた体積

$$432\text{cm}^3 - 3\text{cm} \times 3\text{cm} \div 2 \times 6\text{cm} \times \frac{1}{3} = 432\text{cm}^3 - 9\text{cm}^3 = 423\text{cm}^3$$

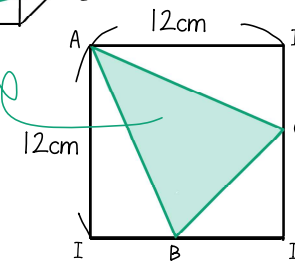
②



$$12\text{cm} \times 12\text{cm} \times \frac{3}{8} = 54\text{cm}^2$$



$$6\text{cm} \times 6\text{cm} \times \frac{3}{8} = 13.5\text{cm}^2$$



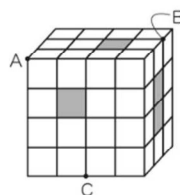
$$12\text{cm} \times 12\text{cm} \times \frac{3}{8} = 54\text{cm}^2$$

$$54\text{cm}^2 + 54\text{cm}^2 - 13.5\text{cm}^2 = 94.5\text{cm}^2$$

7 1辺が1cmの立方体をすき間なくはり合わせて、右の図のような直方体を作りました。これについて、次の問いに答えなさい。

□(1) A, B, Cを通る平面で切ったとき、切断される立方体は何個ですか。

18 個



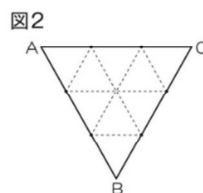
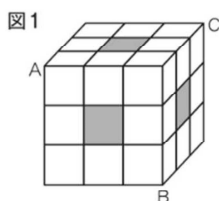
□(2) 図の影をつけた部分の立方体を反対側の面までくりぬいてからA, B, Cを通る平面で切ったとき、切断される立方体は何個ですか。

13 個

8 1辺が3cmの白色の立方体を積み重ねて、図1のように1辺が9cmの立方体を作り、図1のように1辺が3cmの正方形の穴を3方向から向かい合う面まで垂直にくりぬき、くりぬいた部分に黒色のねんどをすき間なくつめこみました。

この立体を3点A, B, Cを通る平面で切ったとき、切り口の図形は、図2の正三角形ABCとなります。

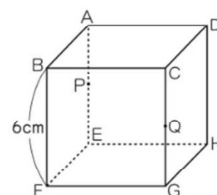
図2の正三角形ABCに、黒色のねんどとなる部分を黒くぬりなさい。



9 右の図のような1辺の長さが6cmの立方体があり、点P, Qはそれぞれの辺の真ん中の点です。これについて、次の問いに答えなさい。

□(1) BGとFQの交点をRとすると、三角形RGQと三角形BGCの面積の比を求めなさい。

1 : 3

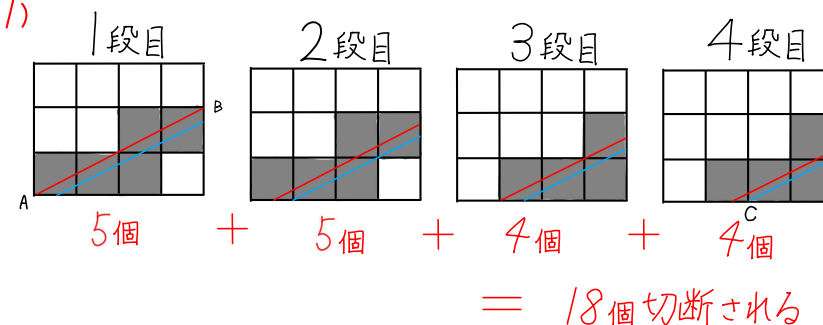


□(2) この立体を、3点B, D, Gを通る平面と、3点F, P, Qを通る平面で切り、4つの部分に分けました。このとき切り分けた4つの部分のうち、最も体積が小さい部分の体積は何cm³ですか。

18 cm³

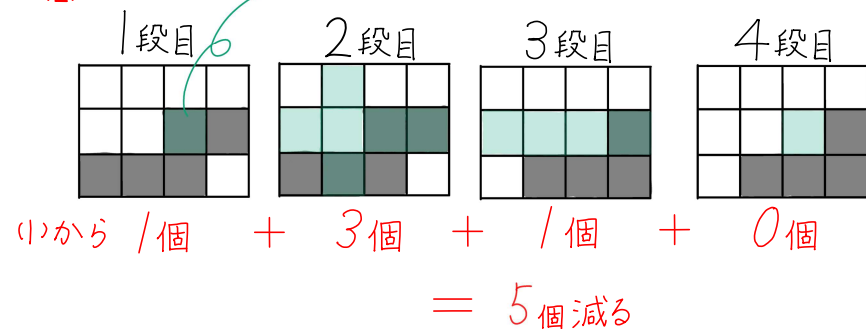
7

(1)



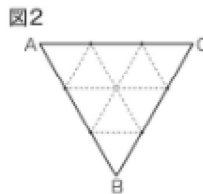
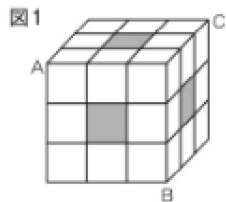
(2)

くりぬかれた部分



$$18\text{個} - 5\text{個} = 13\text{個切断される}$$

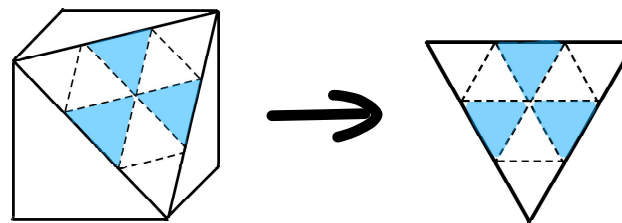
□8 1辺が3cmの白色の立方体を積み重ねて、1辺が9cmの立方体を作り、図1のように1辺が3cmの正方形の穴を3方向から向かい合う面まで垂直にくりぬき、くりぬいた部分に黒色のねんどをすき間なくつめこみました。



この立方体を3点A, B, Cを通る平面で切ったとき、切り口の図形は、図2の正三角形ABCとなります。

図2の正三角形ABCに、黒色のねんどとなる部分を黒くぬりなさい。

8

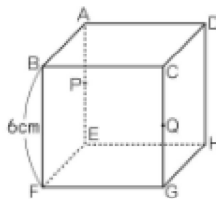


9

(/)

□9 右の図のような1辺の長さが6cmの立方体があり、点P, Qはそれぞれの辺の真ん中の点です。これについて、次の問いに答えなさい。

□(1) BGとFQの交点をRとするとき、三角形RGQと三角形BGCの面積の比を求めなさい。

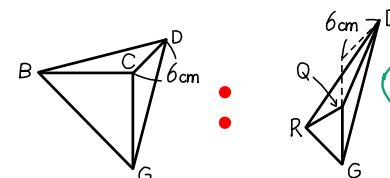
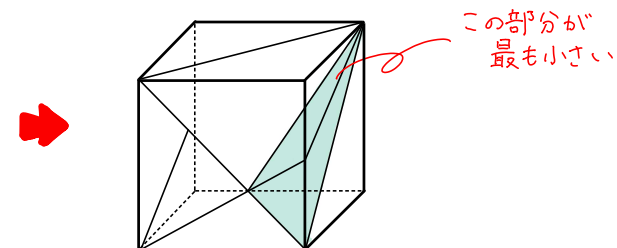
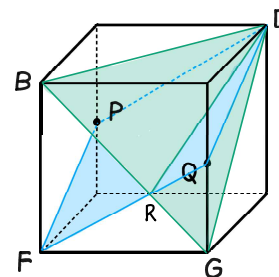


1 : 6

□(2) この立方体を、3点B, D, Gを通る平面と、3点F, P, Qを通る平面で切り、4つの部分に分けました。このとき切り分けた4つの部分のうち、最も体積が小さい部分の体積は何cm³ですか。

6 cm³

(2)



高さが等しい
→ 体積比 = 面積比

$$= 6 : 1$$

$$6 = 6\text{cm} \times 6\text{cm} \times \frac{1}{2} \times 6\text{cm} \times \frac{1}{3}$$

$$= 36\text{cm}^3$$

$$1 = 36\text{cm}^3 \div 6 = 6\text{cm}^3$$