

基本問題

1 下のように、あるきまりにしたがって整数を並べました。

第1組	第2組	第3組	第4組	
1	2, 3	3, 4, 5	4, 5, 6, 7	...

これについて、次の問いに答えなさい。▶例題 1

□(1) 第20組の左から4番目の整数はいくつですか。

(23)

□(2) 第15組に並んだ整数の和はいくつですか。

(330)

2 下のように、あるきまりにしたがって分数を並べました。

$\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{2}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{3}{3}, \frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}, \frac{4}{4}, \frac{1}{5}, \frac{2}{5}, \dots$

これについて、次の問いに答えなさい。▶例題 1

□(1) 左から30番目の分数の分子と分母はそれぞれいくつですか。

分子(2) 分母(8)

□(2) $\frac{1}{10}$ は左から何番目の分数ですか。

(46 番目)

3 右の表のように、あるきまりにしたがって整数を並べました。これについて、次の問いに答えなさい。

▶例題 2

□(1) 5段目の4列目の整数はいくつですか。

(22)

□(2) 52は何段目の何列目にありますか。

(3 段目の 8 列目)

段 \ 列	1列	2列	3列	4列	...
1段	1	2	5	10	
2段	4	3	6	11	
3段	9	8	7	12	
4段	16	15	14	13	
...					
5段	25	24	23	22	

8列
50
51
52

1

(1)

第20組

20, 21, 22, 23, 24, ...

$$20 + 4 - 1 = 23$$

(2)

第15組の右はしは

$$15 + 15 - 1 = 29$$

第15組

15, 16, 17, ..., 29

$$\begin{aligned} & (15 + 29) \times 15 \times \frac{1}{2} \\ &= 44 \times 15 \times \frac{1}{2} \\ &= 330 \end{aligned}$$

2

(1)

$$\begin{aligned} (1 + 2 + 3 + \dots + 7) &= (1 + 7) \times 7 \times \frac{1}{2} \\ &= 8 \times 7 \times \frac{1}{2} \\ &= 28 \end{aligned}$$

$\frac{7}{7}$ は 28 番目の数

$$\frac{7}{7} \cdot \frac{1}{8} \cdot \frac{2}{8}$$

30 番目

(2)

$$\begin{aligned} (1 + 2 + 3 + \dots + 9) &= (1 + 9) \times 9 \times \frac{1}{2} \\ &= 10 \times 9 \times \frac{1}{2} \\ &= 45 \end{aligned}$$

$\frac{9}{9}$ は 45 番目の数

$$\frac{9}{9} \cdot \frac{1}{10}$$

46 番目

3

(1)

5段目の1列目

$$5 \times 5 = 25$$

5段目の4列目

$$25 - 4 + 1 = 22$$

(2)

7段目の1列目

$$7 \times 7 = 49$$

1段目の8列目

$$49 + 1 = 50$$

3段目の8列目

$$52$$

4 右の表のように、あるきまりにしたがって整数を並べました。これについて、次の問いに答えなさい。

例題 2

□(1) 6段目の5列目の整数はいくつですか。

(30)

□(2) 115は何段目の何列目にありますか。

(7 段目の 11 列目)

5 牛乳の空きビン^{にびん}を6本持っていくと、牛乳1本と交換^{かん}してくれるお店があります。これについて、次の問いに答えなさい。 例題 3

□(1) 牛乳を50本買うと、全部で何本飲むことができますか。

(59 本)

□(2) 牛乳を全部で80本飲むためには、最も少なくても何本買えばよいですか。

(67 本)

6 あるお店では、ジュースの空きビン^{にびん}を3本持っていくと、ジュース1本と交換^{かん}してくれます。ジュース1本の値段^{ねだん}は120円です。これについて、次の問いに答えなさい。 例題 3

□(1) 1600円では、何本のジュースを飲むことができますか。

(19 本)

□(2) 全部で50本のジュースを飲むためには、少なくとも何円用意すればよいですか。

(4080 円)

7 10段の階段があります。この階段をいちばん上まで上がるのに、1回で1段、または1回で2段のどちらかの方法で上がります。

これについて、次の問いに答えなさい。 例題 4

□(1) 階段の上がり方は全部で何通りありますか。

(89 通り)

□(2) 2段上りを4回使うとき、階段の上がり方は何通りありますか。

(15 通り)

□(3) 5段目を必ずふんで上がる方法は何通りありますか。

(64 通り)

47

4

(1) 1段目の5列目 $5 \times 5 = 25$

6段目の1列目 $25 + 1 = 26$

6段目の5列目 30

(2) 1段目の11列目 $11 \times 11 = 121$

$121 - 115 + 1 = 7$

5

(1) $(50本 - 6本) \div 5本 = 8\text{セット} \cdots 4本$

全部で

$6本 + 6本 \times 8\text{セット} + 5本 = 59本$

(2) $80本 \div 6本 = 13\text{セット} \cdots 2本$

$6本 + 5本 \times 12\text{セット} + 1本 = 67本$

6

(1) $1600\text{円} \div 120\text{円} = 13\text{本} \cdots 40\text{円}$

$(13本 - 3本) \div 2本 = 5\text{セット}$

(2) $50本 \div 3本 = 16\text{セット} \cdots 2本$

$3本 + 2本 \times 15\text{セット} + 1本 = 34本$
 $34本 \times 120\text{円} = 4080\text{円}$

7

(1) (フィボナッチ数列)

1段目 2段目 3段目 4段目 5段目 6段目 7段目 8段目 9段目 10段目
 1通り 2通り 3通り 5通り 8通り 13通り 21通り 34通り 55通り 89通り

(2) 1段上りを2回使う

$\frac{6 \times 5}{2 \times 1} = 15\text{通り}$

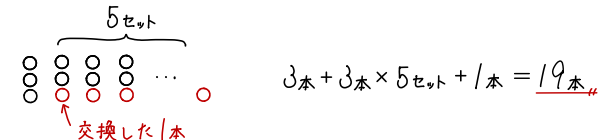
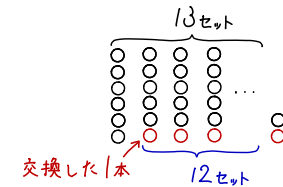
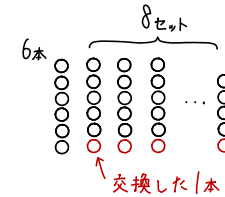
(3) 5段目までの上がり方

8通り

5段目から10段目までの5段目

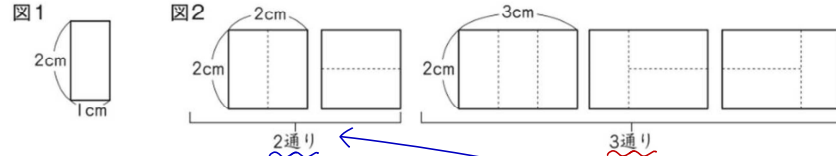
8通り

$8通り \times 8通り = 64通り$



第4回 きまりの利用⁽³⁾—応用

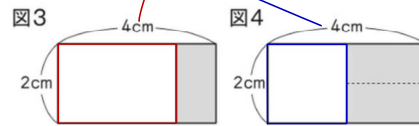
8 図1のような、縦^{たて}2cm、横^{よこ}1cmのタイルがたくさんあります。このタイルを、縦の長さが2cmの長方形に、すきまなく重ならないようにしきつめます。横の長さが2cm、3cmの長方形にしきつめたときは、図2のようにそれぞれ2通り、3通りの並べ方があります。



これについて、次の問いに答えなさい。 例題 4

□(1) 横の長さが4cmのときの並べ方を考えます。次の文の□にあてはまる数を求めなさい。

図3のように、右はしのタイルを縦に1枚並べたときは□①通り、図4のように、右はしのタイルを横に2枚並べたときは□②通りの並べ方があるので、横の長さが4cmのときの並べ方は全部で□③通りあります。



①(3) ②(2) ③(5)

□(2) 長方形の横の長さが9cmのとき、タイルの並べ方は全部で何通りありますか。

(55 通り)

9 39人の学級で、体育委員を1人選ぶために選挙をすることになりました。立候補した人もふくめて1人が1票ずつ投票します。確実に当選するためには、最低何票とればよいですか。 例題 5

(20 票)

10 ある小学校で、児童会委員を2人選ぶために選挙をすることになりました。全校生徒は125人で、立候補した人もふくめて1人が1票ずつ投票します。また、立候補したのは、A、B、C、D、Eの5人です。これについて、次の問いに答えなさい。 例題 5

□(1) 確実に当選するためには、少なくとも何票とればよいですか。

(42 票)

□(2) 下の表は、90票まで開票したときのそれぞれの立候補者の得票数を表しています。Cが確実に当選するためには、少なくともあと何票とればよいですか。

立候補者	A	B	C	D	E
得票数(票)	2	39	35	11	3

(6 票)

8

$$(1) \textcircled{3} \quad 3\text{通り} + 2\text{通り} = 5\text{通り}$$

$$(2) \begin{array}{cccccccccc} 1\text{cm} & 2\text{cm} & 3\text{cm} & 4\text{cm} & 5\text{cm} & 6\text{cm} & 7\text{cm} & 8\text{cm} & 9\text{cm} \\ 1\text{通り} & 2\text{通り} & 3\text{通り} & 5\text{通り} & 8\text{通り} & 13\text{通り} & 21\text{通り} & 34\text{通り} & 55\text{通り} \end{array}$$

9

$$39\text{票} \div (1\text{人} + 1\text{人}) = 19\text{票} \cdots 1\text{票}$$

$$19\text{票} + 1\text{票} = 20\text{票}$$

10

$$(1) \quad 125\text{票} \div (2\text{人} + 1\text{人}) = 41\text{票} \cdots 2\text{票}$$

$$41\text{票} + 1\text{票} = 42\text{票}$$

$$(2) \quad 125\text{票} - (2\text{票} + 3\text{票}) = 120\text{票}$$

A・Eさん以外の票数

$$120\text{票} \div (2\text{人} + 1\text{人}) = 40\text{票}$$

$$40\text{票} + 1\text{票} = 41\text{票}$$

Cさんは

$$41\text{票} - 35\text{票} = 6\text{票} \text{ いる}$$

練習問題

1 下のように、あるきまりにしたがって分数を並べました。

$\frac{1}{1}, \frac{2}{2}, \frac{1}{2}, \frac{3}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{3}, \frac{4}{4}, \frac{3}{4}, \frac{2}{4}, \frac{1}{4}, \frac{5}{5}, \dots$

これについて、次の問いに答えなさい。

□(1) $\frac{6}{7}$ は左から何番目の分数ですか。

23 番目

□(2) 左から100番目の分数はいくつですか。

$\frac{6}{14}$

□(3) 左から1番目の分数から100番目の分数までの和はいくつですか。

$58\frac{3}{7}$

2 右の表のように、あるきまりにしたがって整数を並べました。これについて、次の問いに答えなさい。

□(1) 8段目の15列目の整数はいくつですか。

204

□(2) 300は何段目の何列目にありますか。

18 段目の 11 列目

3 右の表のように、あるきまりにしたがって整数を並べました。これについて、次の問いに答えなさい。

□(1) 5段目の6列目の整数はいくつですか。

50

□(2) 100は何段目の何列目にありますか。

9 段目の 6 列目

1

$$(1) (1+2+3+\dots+6) = (1+6) \times 6 \times \frac{1}{2} \\ = 7 \times 6 \times \frac{1}{2} \\ = 21 \text{ 組}$$

$\frac{1}{6}$ は 21 組の数

$$\frac{1}{6} \cdot \frac{7}{7} \cdot \frac{6}{7} \\ \text{23 組}$$

$$(2) (1+2+3+\dots+13) = (1+13) \times 13 \times \frac{1}{2} \\ = 14 \times 13 \times \frac{1}{2} \\ = 91 \text{ 組}$$

$\frac{1}{13}$ は 91 組の数

$$\frac{1}{13} \cdot \frac{14}{14} \cdot \frac{13}{14} \dots \\ \text{92 組}$$

$$100 \text{ 組} - 92 \text{ 組} = 8 \text{ 組}$$

$$14 - 8 = 6$$

$$\text{よって } \frac{6}{14}$$

(3) 各組の和

$$\begin{array}{ccccccc} 1 \text{ 組} & 2 \text{ 組} & 3 \text{ 組} & & & & 13 \text{ 組} \\ 1 & \frac{1}{2} & 2 & \dots & & & 7 \end{array}$$

$$1 + \frac{1}{2} \times (13 - 1) = 7 \\ \text{13 組の和}$$

1 組から13組までの和は

$$(1+7) \times 13 \times \frac{1}{2} = 52$$

1 番目から100番目の和

$$52 + \left(\frac{14}{14} + \frac{13}{14} + \frac{12}{14} + \dots + \frac{6}{14} \right) \\ = 52 + \left(\frac{14}{14} + \frac{6}{14} \right) \times 9 \times \frac{1}{2} \\ = 58\frac{3}{7}$$

2

$$(1) \text{ 1 段目の 14 列目 } 14 \times 14 = 196$$

$$\text{1 段目の 15 列目 } 197$$

$$8 \text{ 段目の 15 列目 } 197 + 8 - 1 = 204$$

$$(2) \text{ 17 段目の 1 列目 } 17 \times 17 = 289$$

$$18 \text{ 段目の 1 列目 } 290$$

$$18 \text{ 段目の 11 列目 } 300$$

3

$$(1) \text{ 10 段目の 1 列目 } 1+2+3+\dots+10 = 55$$

$$9 \text{ 段目の 2 列目 } 54$$

$$8 \text{ 段目の 3 列目 } 53$$

$$\vdots$$

$$5 \text{ 段目の 4 列目 } 50$$

$$(2) \text{ 14 段目の 1 列目 } (1+14) \times 14 \times \frac{1}{2} = 105$$

$$13 \text{ 段目の 2 列目 } 104$$

$$12 \text{ 段目の 3 列目 } 103$$

$$\vdots$$

$$9 \text{ 段目の 6 列目 } 100$$

第4回 きまりの利用(3)一応用

4 A店、B店では、同じジュースをどちらも1本150円で売っています。それぞれの店では、次のようなサービスがあります。

A店…ジュースを3本買うと、1本無料でもらえる。

B店…ジュースの空きびん11本を持っていくと、ジュース3本と交換できる。

ただし、A店で買ったジュースの空きびんをB店へ持って行き、交換することはできません。これについて、次の問いに答えなさい。

□(1) 6000円でより多くのジュースを飲むことができるのは、A店、B店のどちらの店で買うときですか。また、そのとき何本多く飲むことができますか。

A 店, 1 本

□(2) 150本のジュースを飲むとき、買う本数が少なくすむのはA店、B店のどちらの店で買うときですか。また、そのときにかかる金額は何円ですか。

B 店, 16650 円

5 図1、図2のように1～10の番号のついた正六角形の部屋がつながっています。となり合う各部屋の間にはドアがありますが、番号の小さい方から大きい方へしか移動できません。例えば図1では、5番の部屋へは、3番の部屋と4番の部屋から移動することができますが、6番の部屋と7番の部屋からは移動することができません。これについて、次の問いに答えなさい。



□(1) 図1で、1番の部屋からそれぞれの部屋まで移動する方法が何通りあるかを求めます。次の文の□にあてはまる数を求めなさい。

2番の部屋まで行く方法は□①通りあります。

3番の部屋へは、1番の部屋または2番の部屋から移動するので□②通りあります。

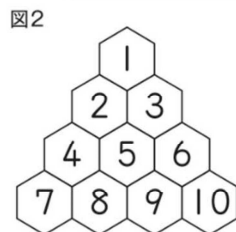
4番の部屋へは、2番の部屋または3番の部屋から移動するので□③通りあります。

① 1 ② 2 ③ 3

□(2) 図1で、1番の部屋から10番の部屋まで行く方法は何通りありますか。

55 通り

□(3) 図2で、1番の部屋から10番の部屋まで行く方法は何通りありますか。



22 通り

4

(1) $6000 \text{円} \div 150 \text{円} = 40 \text{本}$ 買うことができる

店A $40 \text{本} \div 3 \text{本} = 13 \text{セット} \cdots 1 \text{本}$

$40 \text{本} + 13 \text{セット} \times 1 \text{本} = 53 \text{本}$

店B $40 \text{本} \div 11 \text{本} = 3 \text{セット} \cdots 7 \text{本}$

$(3 \times 3 \text{セット} + 7 \text{本}) \div 11 \text{本} = 1 \text{セット} \cdots 5 \text{本}$

$40 \text{本} + 3 \text{本} \times 3 \text{セット} + 3 \text{本} \times 1 \text{セット} = 52 \text{本}$

$53 \text{本} - 52 \text{本} = 1 \text{本}$

(2)

店A

$150 \text{本} \div 4 \text{本} = 37 \text{セット} \cdots 2 \text{本}$

交換した1本
 $3 \text{本} \times 37 \text{セット} + 2 \text{本} = 113 \text{本}$

店B

$150 \text{本} \div 11 \text{本} = 13 \text{セット} \cdots 7 \text{本}$

$11 \text{本} + 8 \text{本} \times 12 \text{セット} + 4 \text{本} = 111 \text{本}$

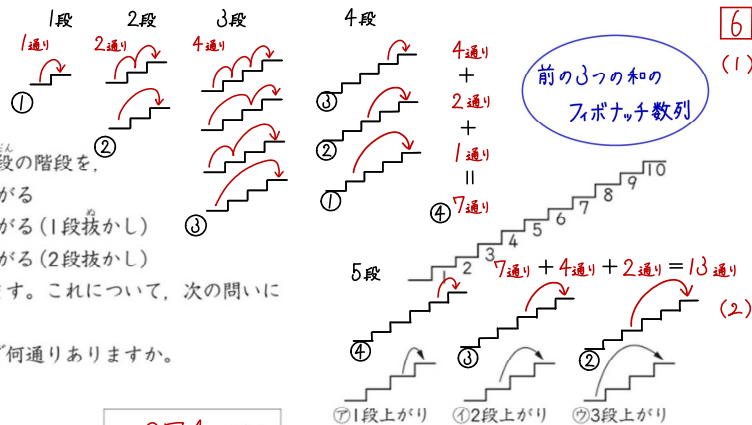
$111 \text{本} \times 150 \text{円} = 16650 \text{円}$

5

(1) 2番 3番 4番
 1通り 2通り 3通り

(2) 2番 3番 4番 5番 6番 7番 8番 9番 10番
 1通り 2通り 3通り 5通り 8通り 13通り 21通り 34通り 55通り

(3) 2番 3番 4番 5番 6番 7番 8番 9番 10番
 1通り 2通り 1通り 4通り 6通り 1通り 6通り 16通り 22通り
 2番から行ける
 3番、5番
 1番、5番、7番
 6番、9番 (6通り+16通り)
 2番、3番、4番から行ける
 (1通り+2通り+1通り)



- ⑥ 右の図のような10段の階段を、
 ㊦…1歩で1段上がる
 ㊩…1歩で2段上がる(1段抜き)
 ㊭…1歩で3段上がる(2段抜き)
 を用いながら上がります。これについて、次の問いに
 答えなさい。

□(1) 上がり方は全部で何通りありますか。

274 通り

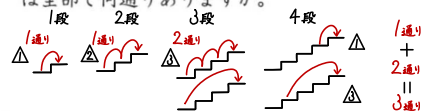
□(2) 6段目をふまずに階段を上がる方法は何通りありますか。

106 通り

□(3) ちょうど4歩で上がる方法は何通りありますか。

10 通り

□(4) ㊩の上がり方を使わず、㊦と㊭の上がり方の一方、または両方を用いて上るとき、上がり方は全部で何通りありますか。



1つ前と2つ前の和の
 フィボナッチ数列

28 通り

7 40人のクラスで学級委員2名を、投票で選びます。立候補した人もふくめて、1人が1票ずつ投票します。右の表は、途中まで開票したときの得票数です。これについて、次の問いに答えなさい。

候補者名	A	B	C	D	E	F
得票数(票)	8	2	3	4	2	1

□(1) Aが確実に当選するためには、少なくともあと何票とればよいですか。

4 票

(2) (1)のあと、さらに開票したところ、右の表のようになりました。

□① この6人のうち、落選が決まっている人は何人ですか。

2 人

□② Cが確実に当選するためには、少なくともあと何票とればよいですか。

3 票

候補者名	A	B	C	D	E	F
得票数(票)	12	2	9	7	3	1

6

(1)

5段 7通り+4通り+2通り=13通り
 6段 13通り+7通り+4通り=24通り
 7段 24通り+13通り+7通り=44通り
 8段 44通り+24通り+13通り=81通り

6段目をふむ上がり方は 24通り

4段の上がり方は 7通り

6段目をふんで10段までの上がり方は

24通り×7通り=168通り

(3)

4歩で
 上がる方法

1歩で3段を3回・1歩で1段を1回
 1歩で3段を2回・1歩で2段を2回

4通り
 (3.3.3.1) (3.3.1.3) (3.1.3.3) (1.3.3.3)
 よって
 4×3
 $\frac{4 \times 3}{2 \times 1}$ 通り
 (3.3.2.2)
 $4 \text{ 通り} + \frac{4 \times 3}{2 \times 1} \text{ 通り}$
 $= 10 \text{ 通り}$

(4)

5段 1通り+3通り=4通り
 6段 2通り+4通り=6通り
 7段 3通り+6通り=9通り
 8段 9通り+4通り=13通り
 9段 13通り+6通り=19通り
 10段 19通り+9通り=28通り

7

(1)

B.E.Fさん以外の票

40票-(2票+2票+1票)=35票

35票÷(2人+1人)=11票…2票

11票+1票=12票

Aさんは 12票-8票=4票

(2)

40票-(12票+2票+9票+7票+3票+1票)=6票

9票-6票=3票

3票に満たないのはB.Fさんの2人

残りの票

(3)

B.E.Fさん以外の票

40票-(2票+3票+1票)=34票

必要な票は

11票+1票=12票

34票÷(2人+1人)=11票…1票

12票-9票=3票