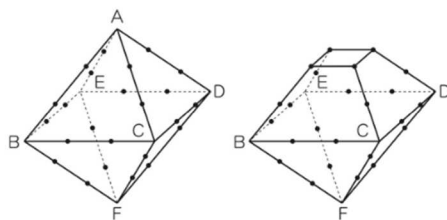


基本問題

□1 図1のように、8つの面のすべてが正三

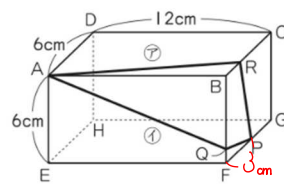
角形である立体があります。この立体の各辺を3等分する点のうち、A～Fの6つの各頂点から最も近い4点をそれぞれ選び、図2のように4点を通る平面で切っていきます。すべて切り終えたとき、できる立体の面、辺、頂点の数をそれぞれ求めなさい。

●例題 1



面 (14) 辺 (36) 頂点 (24)

2 右の図のような直方体 ABCD-EFGH があり、点 P は辺 FG の真ん中の点です。太線⑦は、点 A から辺 BC を横切って点 P までいく最短経路を表し、点 R は太線⑦が辺 BC と交わる点です。また、太線④は、点 A から辺 BF を横切って点 P までいく最短経路を表し、点 Q は太線④が辺 BF と交わる点です。これについて、次の問いに答えなさい。 ●例題 2



□(1) BR の長さは何 cm ですか。

(2) cm

□(2) BQ の長さは何 cm ですか。

(4.8) cm

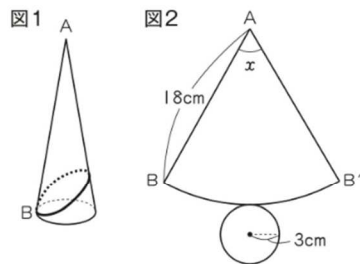
3 図1のような円すいがあります。この円すいの底面の周上の点 B から側面を1周するように、糸をピンとはりました。糸の長さが最も短くなる時、次の問いに答えなさい。 ●例題 2

□(1) 図2は図1の円すいの展開図です。角 x の大きさは何度ですか。

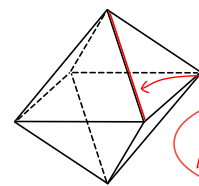
(60) 度

□(2) 糸の長さは何 cm になりますか。

(18) cm

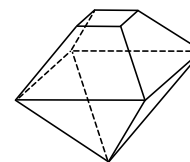


1



2つの三角形で
1つの辺を作っている

面 8面
辺 $3本 \times 8個 \div 2 = 12本$
頂点 6個



1つの角を切り取ると

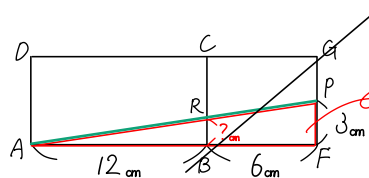
面は 1面増える
辺は 4本増える
頂点は 3個増える

6つの角を切り取るので

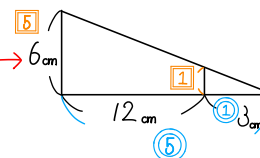
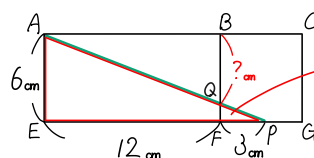
面 $8面 + 1面 \times 6 = 14面$
辺 $12本 + 4本 \times 6 = 36本$
頂点 $6個 + 3個 \times 6 = 24個$

2

(1)



(2)



⑤ = 6cm

① = $6cm \div 5$
= 1.2cm

?cm = $6cm - FQ$
= $6cm - 1.2cm$
= 4.8cm

3

(1)

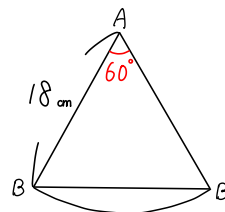
円の半径 = 中心角
母線 360°

$$\frac{x}{360^\circ} = \frac{3cm}{18cm}$$

$$x = \frac{1}{6} \times 360^\circ$$

$$= 60^\circ$$

(2)



BB' が最短になるのは

△ABB' が正三角形のとき

BB' = 18cm

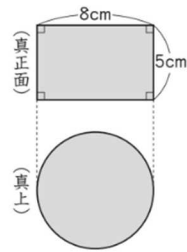
4 右の図は、ある立体を真正面から見た図と真上から見た図で表したものです。円周率は3.14として、次の問いに答えなさい。 例題3

□(1) この立体の体積は何cm³ですか。

(251.2 cm³)

□(2) この立体の表面積は何cm²ですか。

(226.08 cm²)



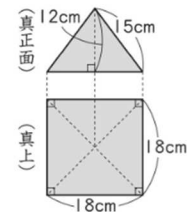
5 右の図は、ある立体を真正面から見た図と真上から見た図で表したものです。これについて、次の問いに答えなさい。 例題3

□(1) この立体の体積は何cm³ですか。

(1296 cm³)

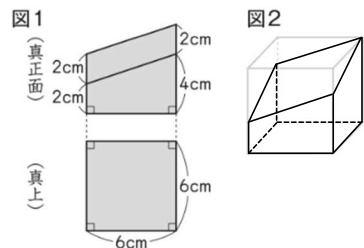
□(2) この立体の表面積は何cm²ですか。

(864 cm²)



6 右の図1は、立方体を1つの平面で切った立体を、真正面から見た図と真上から見た図で表したものです。これについて、次の問いに答えなさい。 例題3

□(1) 図2の立方体を使って、この立体の見取図をかきなさい。



□(2) この立体の体積は何cm³ですか。

(144 cm³)

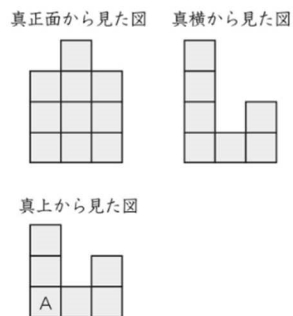
7 右の図は、1辺が2cmの立方体を積み重ねてできた立体を、真正面、真横、真上から見た図で表したものです。これについて、次の問いに答えなさい。 例題4

□(1) 図のAの位置には何個の立方体が積まれていますか。

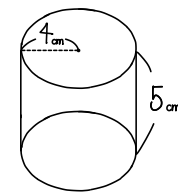
(3 個)

□(2) この立体の体積は何cm³ですか。

(112 cm³)

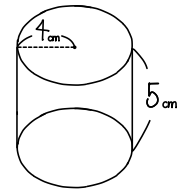


4
(1)



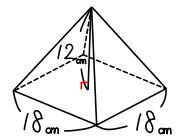
$$\begin{aligned} & 4_{\text{cm}} \times 4_{\text{cm}} \times 3.14 \times 5_{\text{cm}} \\ &= 80_{\text{cm}} \times 3.14 \\ &= 251.2_{\text{cm}^3} \end{aligned}$$

(2)



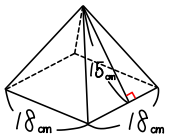
$$\begin{aligned} & 4_{\text{cm}} \times 4_{\text{cm}} \times 3.14 \times 2 + 4_{\text{cm}} \times 2 \times 3.14 \times 5_{\text{cm}} \\ &= (32_{\text{cm}^2} + 40_{\text{cm}^2}) \times 3.14 \\ &= 72_{\text{cm}^2} \times 3.14 \\ &= 226.08_{\text{cm}^2} \end{aligned}$$

5
(1)



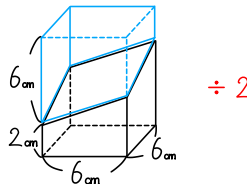
$$\begin{aligned} & 18_{\text{cm}} \times 18_{\text{cm}} \times 12_{\text{cm}} \times \frac{1}{3} \\ &= 1296_{\text{cm}^3} \end{aligned}$$

(2)



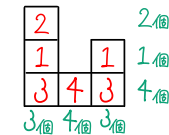
$$\begin{aligned} & 18_{\text{cm}} \times 18_{\text{cm}} + 18_{\text{cm}} \times 15_{\text{cm}} \times \frac{1}{2} \times 4 \\ &= 324_{\text{cm}^2} + 540_{\text{cm}^2} \\ &= 864_{\text{cm}^2} \end{aligned}$$

6
(2)



$$\begin{aligned} & 6_{\text{cm}} \times 6_{\text{cm}} \times (6_{\text{cm}} + 2_{\text{cm}}) \div 2 \\ &= 144_{\text{cm}^3} \end{aligned}$$

7
(1)



よってAは3個

(2)

立方体の個数は

$$2_{\text{個}} + 1_{\text{個}} + 3_{\text{個}} + 4_{\text{個}} + 3_{\text{個}} + 1_{\text{個}} = 14_{\text{個}}$$

$$2_{\text{cm}} \times 2_{\text{cm}} \times 2_{\text{cm}} \times 14_{\text{個}} = 112_{\text{cm}^3}$$

第19回 立体と投影図

8 右の図は、1辺が1cmの立方体の積み木を積み重ねてできた立体を、正面から見た図と真上から見た図で表したものです。これについて、次の問いに答えなさい。●例題4

□(1) この立体に使われている積み木の個数は、何個以上何個以下と考えられますか。

(8 個以上 11 個以下)

□(2) この立体に使われている積み木の個数が最も多い場合、右横から見た図を右の方眼にかきなさい。ただし、方眼の1目もりは1cmとします。

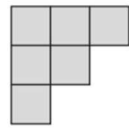
□(3) 積み木が最も多く使われているとき、この立体の表面積は何 cm^2 ですか。

正面から見た図

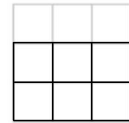


5cm^2

真上から見た図

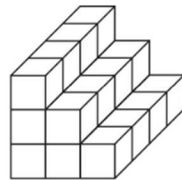


6cm^2



6cm^2

(34 cm^2)



9 右の図は、1辺が2cmの立方体の積み木を24個積み重ねた立体です。この立体の表面全体に赤いペンキをぬったあと、ばらばらにしました。これについて、次の問いに答えなさい。ただし、ゆかについている面にもペンキをぬるものとします。●例題5

□(1) 赤くぬられた面の面積の合計は何 cm^2 ですか。

(240 cm^2)

□(2) 赤くぬられていない面の面積の合計は何 cm^2 ですか。

(336 cm^2)

□(3) 2つの面だけが赤くぬられた積み木は何個ありますか。

(8 個)

10 右の図は、1辺が3cmの立方体の積み木を20個積み重ねた立体です。この立体の表面全体に赤いペンキをぬったあと、ばらばらにしました。これについて、次の問いに答えなさい。ただし、ゆかについている面にもペンキをぬるものとします。●例題5

□(1) 赤くぬられた面の面積の合計は何 cm^2 ですか。

(cm^2)

□(2) 3つの面だけが赤くぬられた積み木は何個ありますか。

(個)

8
(1)

(2)

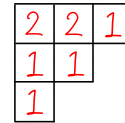
(3)

9
(1)

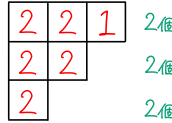
(2)

(3)

最小

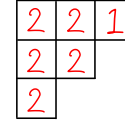


2個 2個 1個



2個 2個 1個

最大

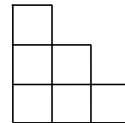


2個 2個 1個

8個以上11個以下

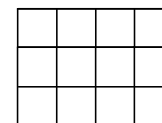
$$(5\text{cm}^2 + 6\text{cm}^2 + 6\text{cm}^2) \times 2 = 34\text{cm}^2$$

正面



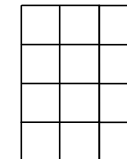
6個

横



12個

真上



12個

$$(6\text{個} + 12\text{個} + 12\text{個}) \times 2 = 60\text{個}$$

赤くぬられた面の数

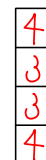
$$2\text{cm} \times 2\text{cm} \times 60\text{個} = 240\text{cm}^2$$

$$24\text{個} \times 6\text{面} - 60\text{個} = 84\text{個}$$

赤くぬられていない面の数

$$2\text{cm} \times 2\text{cm} \times 84\text{個} = 336\text{cm}^2$$

1段目



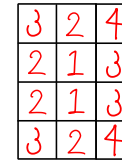
0個

2段目



4個

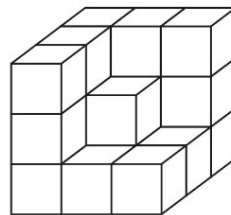
3段目



4個

$$= 8\text{個}$$

10 右の図は、1辺が3cmの立方体の積み木を20個積み重ねた立体です。
 この立体の表面全体に赤いペンキをぬったあと、ばらばらにしました。
 これについて、次の問いに答えなさい。ただし、ゆかについている面にもペンキをぬるものとします。 **例題 5**



□(1) 赤くぬられた面の面積の合計は何 cm^2 ですか。

(486 cm^2)

□(2) 3つの面だけが赤くぬられた積み木は何個ありますか。

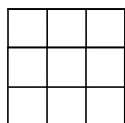
(11 個)

216

10

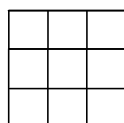
(1)

正面



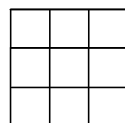
9個

横



9個

真上



9個

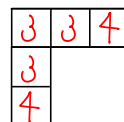
$$(9_{\text{個}} + 9_{\text{個}} + 9_{\text{個}}) \times 2 = 54_{\text{個}}$$

赤くぬられた面の数

$$3_{\text{cm}} \times 3_{\text{cm}} \times 54_{\text{個}} = 486_{\text{cm}^2}$$

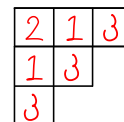
(2)

1段目



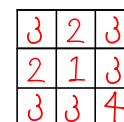
3個

2段目



3個

3段目



5個

$$= 11_{\text{個}}$$

練習問題

1 図1のように、面積が 45cm^2 の正三角形4枚を組み合わせて作った立体の各辺を3等分する点に印がついています。この三角すいを、各頂点から最も近い3個の点を通る面で切り落としていきます。図2は、頂点Aを切り落としたようすです。これについて、次の問に答えなさい。

- (1) 4つの頂点を切り落とした立体の体積は、図1の立体の体積の何倍ですか。

図1

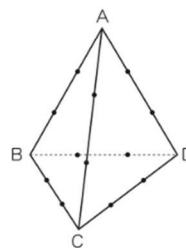
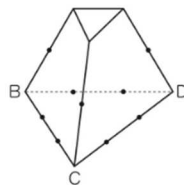


図2



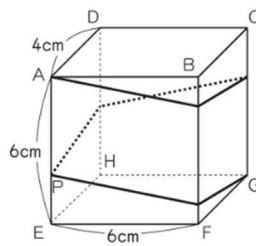
$\frac{23}{27}$ 倍

- (2) 4つの頂点を切り落とした立体の表面積は何 cm^2 ですか。

140 cm^2

- 2 右の図のような直方体ABCD-EFGHがあります。この直方体の面の上を、頂点Aから側面を1周半して頂点Gまでひもを結びました。点Pは、このひもが側面を1周して辺AEと交わる点です。ひもの長さが最も短くなる時、APの長さは何cmですか。

4 cm



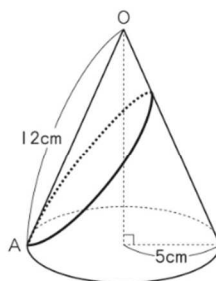
- 3 右の図のような、底面の半径が5cm、母線の長さが12cmの円すいがあります。この円すいに、底面の円周上の点Aから側面を1周するように、糸をピンとはりました。糸の長さが最も短くなる時、次の問に答えなさい。ただし、円周率は3.14とします。

- (1) 円すいの展開図で、側面のおうぎ形の中心角は何度ですか。

度

- (2) 円すいの展開図の側面のおうぎ形を、糸が巻きついてできた線で切ることができる図形のうち、頂点Oをふくむ方の図形の面積は何 cm^2 ですか。

cm^2



相似比は③:①なので

$$\text{体積比は } (3 \times 3 \times 3) : (1 \times 1 \times 1) = 27 : 1$$

もとの三角すいと4つ頂点を切り取った図形の体積比

$$= \frac{27}{27} : \frac{27}{27} - 1 \times 4 = \frac{27}{27} : \frac{23}{27}$$

よってもとの三角すいは4つ頂点を切り取った図形の

$\frac{23}{27}$ 倍

- (2) 相似比は③:①なので

面積比は⑨:①になる

$$\text{⑨} = 45\text{cm}^2$$

$$\text{①} = 45\text{cm}^2 \times \frac{1}{9}$$

$$= 5\text{cm}^2$$

4つの角を切り取ると

$$10\text{cm}^2 \times 4 = 40\text{cm}^2 \text{ 減る}$$

1つの角を切り取ると

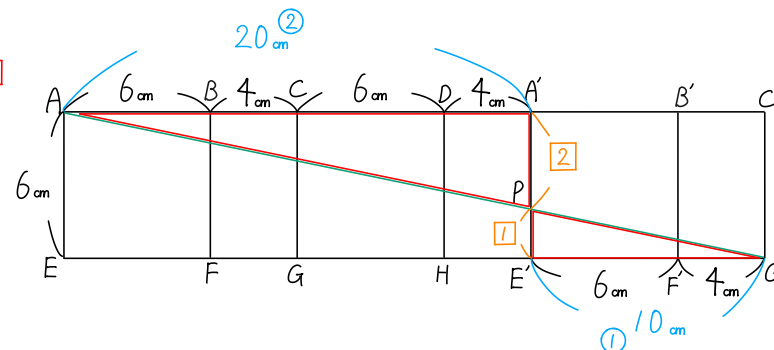
5cm^2 の正三角形が2個減る

$$5\text{cm}^2 \times 2 = 10\text{cm}^2$$

$$45\text{cm}^2 \times 4 - 40\text{cm}^2 = 140\text{cm}^2$$

もとの三角すいの表面積

2



$$\text{③} = 6\text{cm}$$

$$\text{②} = 6\text{cm} \times \frac{2}{3} = 4\text{cm}$$

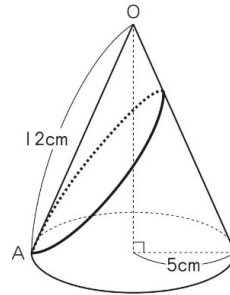
- ③ 右の図のような、底面の半径が5cm、母線の長さが12cmの円すいがあります。この円すいに、底面の円周上の点Aから側面を1周するように、糸をピンとはりました。糸の長さが最も短くなる時、次の問いに答えなさい。ただし、円周率は3.14とします。

□(1) 円すいの展開図で、側面のおうぎ形の中心角は何度ですか。

150 度

□(2) 円すいの展開図の側面のおうぎ形を、糸が巻きついてできた線で切ることができる図形のうち、頂点Oをふくむ方の図形の面積は何cm²ですか。

36 cm²



③

(1)

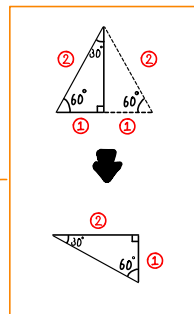
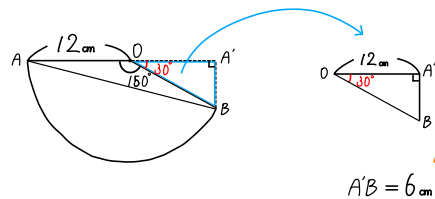
$$\frac{\text{円の半径}}{\text{母線}} = \frac{\text{中心角}}{360^\circ}$$

$$\frac{5\text{cm}}{12\text{cm}} = \frac{x}{360^\circ}$$

$$x = \frac{5}{12} \times 360^\circ$$

$$= 150^\circ$$

(2)



よって面積は

$$12\text{cm} \times 6\text{cm} \times \frac{1}{2} = 36\text{cm}^2$$

第19回 立体と投影図

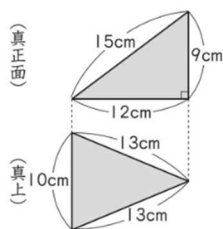
4 右の図は、ある立体を真正面から見た図と真上から見た図で表したものです。これについて、次の問いに答えなさい。

□(1) この立体の体積は何 cm^3 ですか。

180 cm^3

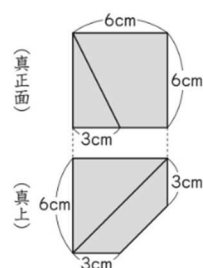
□(2) この立体の表面積は何 cm^2 ですか。

252 cm^2

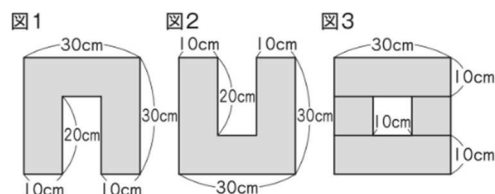


5 1辺6cmの立方体を1つの平面で切ったところ、残った立体を真正面から見た図と真上から見た図は右のようになりました。この立体の体積は何 cm^3 ですか。

15 cm^3



6 1辺の長さが10cmの立方体がいっくかあり、その面と面をはり合わせて1つの立体を作りました。この立体を真正面、真横、真上から見ると、それぞれ図1、図2、図3のように見えました。これについて、次の問いに答えなさい。



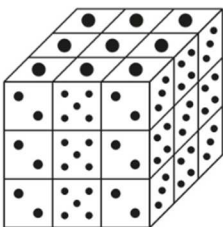
□(1) この立体を作るのに使った立方体の個数は何個ですか。

個

□(2) この立体の表面積は何 cm^2 ですか。

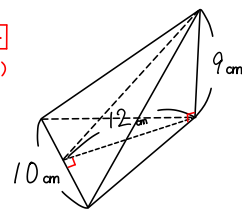
cm^2

7 右の図のように、同じ大きさのさいころ27個を積み重ねて、立方体を作りました。ただし、さいころどうしが接している面の目の数は同じになるように積み重ねます。このとき、表に見えている面の目の数の合計はいくつですか。ただし、ゆかに接している面の目の数はふくまないものとします。



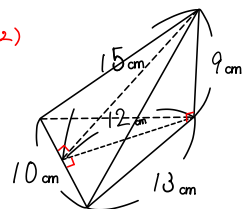
4

(1)



$$10_{\text{cm}} \times 12_{\text{cm}} \times \frac{1}{2} \times 9_{\text{cm}} \times \frac{1}{3} = 180_{\text{cm}^3}$$

(2)

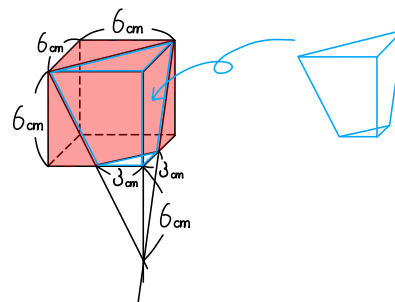


底 $10_{\text{cm}} \times 12_{\text{cm}} \times \frac{1}{2} = 60_{\text{cm}^2}$

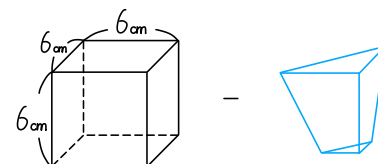
側面 $9_{\text{cm}} \times 13_{\text{cm}} \times \frac{1}{2} \times 2 + 10_{\text{cm}} \times 15_{\text{cm}} \times \frac{1}{2} = 117_{\text{cm}^2} + 75_{\text{cm}^2} = 192_{\text{cm}^2}$

表面積は $60_{\text{cm}^2} + 192_{\text{cm}^2} = 252_{\text{cm}^2}$

5

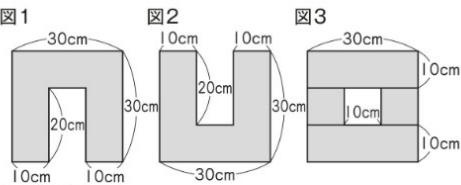


$$6_{\text{cm}} \times 6_{\text{cm}} \times \frac{1}{2} \times 12_{\text{cm}} \times \frac{1}{3} - 3_{\text{cm}} \times 3_{\text{cm}} \times \frac{1}{2} \times 6_{\text{cm}} \times \frac{1}{3} = 72_{\text{cm}^3} - 9_{\text{cm}^3} = 63_{\text{cm}^3}$$



$$6_{\text{cm}} \times 6_{\text{cm}} \times 6_{\text{cm}} - 63_{\text{cm}^3} = 216_{\text{cm}^3} - 63_{\text{cm}^3} = 153_{\text{cm}^3}$$

- ⑤ 1辺の長さが10cmの立方体がいくつ
かあり、その面と面をはり合わせて1つ
の立体を作りました。この立体を真正
面、真横、真上から見ると、それぞれ図
1、図2、図3のように見えました。これ
について、次の問いに答えなさい。



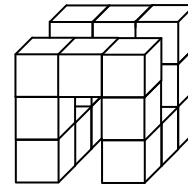
- (1) この立体を作るのに使った立方体の個数は何個ですか。

16 個

- (2) この立体の表面積は何 cm^2 ですか。

6400 cm^2

⑥
(1)



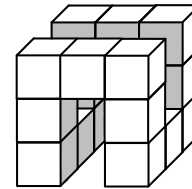
16個

(2)

$$\left(\begin{array}{c} \text{真正面} \\ \text{真横} \\ \text{真上} \end{array} \right) \times 2 = 44 \text{枚}$$

それぞれの裏側の面

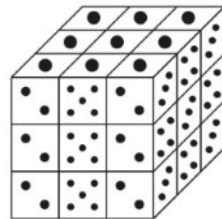
真正面、真横、真上以外



→ 20枚

$$10 \text{ cm} \times 10 \text{ cm} \times (44 \text{枚} + 20 \text{枚}) = 6400 \text{ cm}^2$$

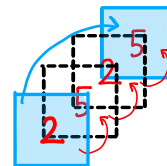
- 7 右の図のように、同じ大きさのさいころ27個を積み重ねて、立方体を作りました。ただし、さいころどうしが接している面の目の数は同じになるように積み重ねます。このとき、表に見えている面の目の数の合計はいくつですか。ただし、ゆかに接している面の目の数はふくまないものとします。



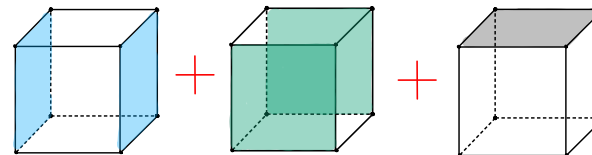
135

⑦

サイコロは「向かい合う面の和が7」



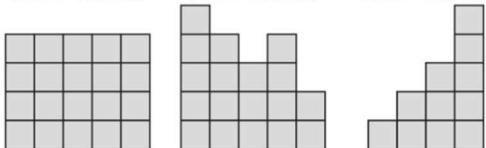
サイコロを積み重ねた立方体でも「向かい合う面の和が7」になる



$$\begin{aligned} & 7 \times 3 \times 3 + 7 \times 3 \times 3 + 1 \times 3 \times 3 \\ &= (7 + 7 + 1) \times 3 \times 3 \\ &= 15 \times 9 \\ &= 135 \end{aligned}$$

- 8 1辺が1cmの立方体を、すきまなく積み上げて作った立体があります。下の図は、この立体を真上、正面、右横から見た図です。この立体の体積は何 cm^3 以上何 cm^3 以下ですか。

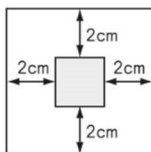
(真上から見た図) (正面から見た図) (右横から見た図)



33 cm^3 以上 47 cm^3 以下

- 9 1辺が6cmの立方体から、影をつけた部分をくりぬいた立体があります。この立体の面は、どの方向から見ても図のようになっています。これについて、次の問いに答えなさい。

□(1) この立体の体積は何 cm^3 ですか。



160 cm^3

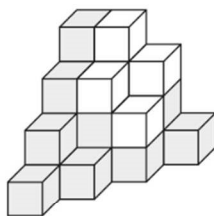
□(2) この立体の表面積は何 cm^2 ですか。

228 cm^2

- 10 右の図は、同じ大きさの白と黒の立方体の積み木を、同じ色の面がとなり合わないよう積み重ねた立体です。これについて、次の問いに答えなさい。

□(1) 立方体の積み木を全部で何個使いましたか。

24 個



□(2) 黒い積み木を何個使いましたか。

13 個

219

8

最小

5	4	1	4	1	5個
1	1	3	1	1	3個
1	1	1	1	2	2個
1	1	1	1	1	1個
5個	4個	3個	4個	2個	

合計 33個

最大

5	4	3	4	2	5個
3	3	3	3	2	3個
2	2	2	2	2	2個
1	1	1	1	1	1個
5個	4個	3個	4個	2個	

合計 47個

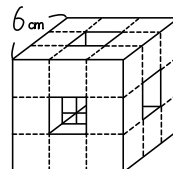
$$1\text{cm} \times 1\text{cm} \times 1\text{cm} \times 33\text{個} = 33\text{cm}^3$$

$$1\text{cm} \times 1\text{cm} \times 1\text{cm} \times 47\text{個} = 47\text{cm}^3$$

よって
33 cm^3 以上 47 cm^3 以下

9

(1)

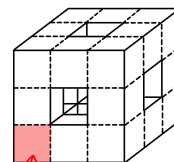


1辺が6cmの立方体から

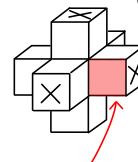
1辺が2cmの立方体を7個 取った図形

$$\begin{aligned} 6\text{cm} \times 6\text{cm} \times 6\text{cm} - 2\text{cm} \times 2\text{cm} \times 2\text{cm} \times 7\text{個} \\ = 216\text{cm}^3 - 56\text{cm}^3 \\ = 160\text{cm}^3 \end{aligned}$$

(2)



これが 6×8 面
= 48面 ある



これが 6×4 面
= 24面 ある

くりぬかれた立体

合わせて 48面 + 24面 = 72面

よって表面積は

$$2\text{cm} \times 2\text{cm} \times 72\text{面} = 288\text{cm}^2$$

10

(1)

1段目



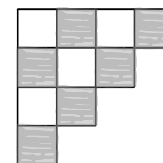
2段目



3段目



4段目



$$2\text{個} + 5\text{個} + 7\text{個} + 10\text{個} = 24\text{個}$$

(2)

$$1\text{個} + 2\text{個} + 4\text{個} + 6\text{個} = 13\text{個}$$